

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ –
08.02.2026
CLASA a IX- a

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

Subiectul I (20 puncte)

Să se determine numărul real x care satisface proprietatea:

$$\left[\frac{3x-3}{2} \right] = \left[\frac{3x-1}{6} \right] + \left[\frac{3x+1}{6} \right] + \frac{2x+1}{3},$$

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a .

Subiectul II (20 puncte)

Se consideră $ABCD$ patrulater convex, E mijlocul segmentului (AB) și $M \in (BC)$,

$N \in (AD)$, astfel încât $\frac{BM}{BC} = \frac{AN}{AD} = k$.

- a) Să se exprime \overrightarrow{EM} și \overrightarrow{EN} în funcție de k și \overrightarrow{EA} , \overrightarrow{EC} , \overrightarrow{ED} .
- b) Să se arate că mijloacele segmentelor (AB) , (MN) și (CD) sunt puncte coliniare.

Subiectul III (25 puncte)

Fie triunghiul ABC și D , E , F mijloacele laturilor BC , CA respectiv AB . Notăm H_1, H_2, H_3 ortocentrele triunghiurilor AFE , BDF respectiv CDE și O centrul cercului circumscris triunghiului ABC . Să se arate că dacă O este centrul de greutate al triunghiului $H_1H_2H_3$ atunci triunghiul ABC este echilateral.

Subiectul IV (25 puncte)

Fie $a, b, c, d > 0$ astfel încât $a + b + c + d = 2$.

Demonstrați că

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+d} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+d} + \frac{1}{c+d} \geq \frac{9}{4} \left(\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} + \frac{1}{1+d} \right)$$